[1] 水平な床の上に質量 M の台が置かれている。この台は，垂直に立てた半径 r の円板部と基底部からなっている(図1)。ここで，床に対して水平で右向きに x 軸を，鉛直上向きに y 軸をとる。円板部の円の中心をOとし，図1のように，点Oを通る鉛直線と円板部の円周との交点をAとCとし，円板部の円周と点Oを通る水平線との交点をBとDとする。点Aに大きさの無視できる質量 m の物体を置いて静かにはなしたところ，初速度0で右向きに点Bに向かって運動を始め，同時に静止していた台も運動を始めた。物体が円板部の円周上を運動して円板部からはなれる瞬間までを考える。この物体の運動については点Aから点Bに向かう向きを正の向きとし，物体の位置をPとして∠AOPの角度を図1のように θ とする。ここで，重力加速度の大きさは g とする。台と床の間および物体と円板部の間の摩擦は無視してよいとし，台や物体の運動に対する空気抵抗も無視してよいとする。

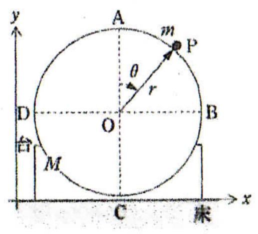

図 1

(A) 物体が円板部の円周上を運動して角度 θ の位置に来たとき，台に乗って見た物体の速さ(速度の大きさ)と加速度の大きさをそれぞれ v_m' と a_m'，床に対する台の加速度の大きさを a_M とする。また，物体が円板部から受ける垂直抗力の大きさを N，台が床から受ける垂直抗力の大きさを R とする。

(1) 台に乗って見た物体の運動において，円板の円周に沿った向き，円板の円周に垂直な向きそれぞれについての運動方程式を書き，どちらの向きについての式かを明示せよ。ここで，力は合力ではなく個別の力を明示せよ。

(2) 床に対する台の運動について(a) x 軸方向，(b) y 軸方向についての運動方程式を書け。ここで，力は合力ではなく個別の力を明示せよ。

(B) 物体がある位置まで来たときに円板部からはなれた。物体が円板部からはなれる瞬間の角度を θ_0 とし，以下で θ_0 を求めることを考える。

(3) 台に乗って見たこのときの物体の速さを v_0' として，この v_0' を求めよ。

(4) 床に対する台の速さを V として，床に対する物体の速度の(a) x 成分，(b) y 成分をそれぞれ求めよ。ここで，v_0' を用いてよいとする。

(5) 床に対する物体と台の運動において，点Aに物体があったときと物体が円板部からはなれる瞬間での x 軸方向についての運動量保存則の式を書け。ここでは，v_0' と V を用いてよい。

(6) 床に対する物体と台の運動において，点Aに物体があったときと物体が円板部からはなれる瞬間での力学的エネルギー保存則の式を書け。ここでは，v_0' と V を用いてよい。

[2] 角周波数 ω[rad/s]の交流電源(時刻 t[s]での電圧 V[V]は $V = V_0 \sin \omega t$ と書けるとする)，コイル(インダクタンス L[H])，コンデンサー(電気容量 C[F])，抵抗(抵抗値 R[Ω])を接続した回路(図2)について考える。微小な時間を Δt[s]としたとき，$\omega \Delta t$ も微小な量となる。それぞれを接続する導線の抵抗とコイルの抵抗は無視できるとする。図2のように，コンデンサーの両端を点A，点Bとし，抵抗とコイルをつないだ部分の両側を点C，点Dとする。点Aからコンデンサーに流れる電流を I_1[A]，点Cから抵抗に流れる電流を I_2[A]とし，I[A]は $I = I_1 + I_2$ とする。図2の矢印の向きを各電流の正の向きとする。また，時刻 t のときにコンデンサーにたくわえられる電気量を Q[C]とする。以下の $\boxed{(1)}$ ～ $\boxed{(10)}$ に適切な数式あるいは数値を記し，(A)の(問)では，指示にしたがって解答を記せ。必要なら，三角関数の公式

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta,\quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$$

を用いてよい。また，x が微小な量のとき，$\sin x \fallingdotseq x$，$\cos x \fallingdotseq 1$ という近似を用いよ。

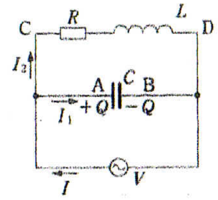

図 2

(A) 抵抗値が0[Ω]の場合を考える。点Aと点Bの間に電源の電圧が加わり，コンデンサーに電流 I_1 が流れる。微小時間 Δt の間の電気量の変化を ΔQ[C]とし，微小時間 Δt の間の電流 I_1 の変化は小さく一定値と見なせるとすると，I_1 を用いて $\Delta Q = \boxed{(1)}$ となる。したがって，I_1 は，Δt を用いない形で，電気容量 C を用いて時刻 t の関数として $I_1 = \boxed{(2)}$ と表せる。また，点Cと点Dの間に電源の電圧が加わるとき，コイルに流れる電流 I_2 が，微小時間 Δt だけ時間が経ったときに ΔI_2 だけ増加したとする。このとき，ΔI_2，Δt などを用いて V を表わすと，$V = \boxed{(3)}$ となる。I_2 を $I_2 = I_{20}\sin(\omega t + \alpha)$ (ただし $-\frac{\pi}{2} \leqq \alpha \leqq \frac{\pi}{2}$)と表して計算すると，$I_2$ は，Δt を用いない形で，インダクタンス L を用いて時刻 t の関数として $I_2 = \boxed{(4)}$ と表せる。以上をまとめると，電流 I は $I = \boxed{(5)}$ となる。この電流の大きさ $|I|$ が $t = 0$ で最小となる角周波数は $\boxed{(6)}$ であり，その最小値は $\boxed{(7)}$ となる。

(問) 角周波数と $t = 0$ における電流値の関係を次の(a)(b)についてグラフに描け。ここで，角周波数を横軸，$t = 0$ における電流値をたて軸とせよ。また，電流の大きさ $|I|$ が $t = 0$ で最小となるときの角周波数とそのときの電流値をそれぞれのグラフに記入せよ。

(a)コンデンサーに流れる電流 I_1，(b)コイルに流れる電流 I_2

(B) 抵抗値が0[Ω]ではない場合について考える。このとき，I_2 が，微小時間 Δt だけ時間が経った時に ΔI_2 だけ増加したとする。このとき，点Cと点Dの間に電源の電圧が加わるので，I_2 や ΔI_2 などを用いて V を表すと，$V = \boxed{(8)}$ となる。I_2 を $I_2 = I_{20}\sin(\omega t + \phi)$ (ただし $-\frac{\pi}{2} \leqq \phi \leqq \frac{\pi}{2}$)と表わすと，$\tan\phi = \boxed{(9)}$ となり，I_{20} については ϕ を用いて $I_{20} = \boxed{(10)}$ と求められる。

［3］ 気体の状態変化の応用として，冷暖房に用いられるヒートポンプを次のモデルで考える(図3－1参照)。用いる物質は圧力が高く温度が低い場合には凝縮(液化)する。物質の状態が液体をとるか気体をとるかは図3－2で決まる(注：図3－2の横軸とたて軸の交点の値はどちらも0ではない)。ここで境界線上の温度と圧力のときは両方共存できる。この物質は気体の状態では理想気体と仮定し，その定積モル比熱を C_v とする。また気体定数は R とする。以下では図3－3を参照せよ。物質は1モルで，状態A(以下ではAと記す：他の状態も同様)では気体であり，圧力 p_0，体積 V_0，絶対温度(以下では単に温度と記す) T_0 とする。AからBは断熱圧縮であり，Bの温度を T_B とする。BからCでは物質は放熱し，気体の温度が下がり気体の体積が変化する。Cで温度が T_1 の気体となる。CからC′では物質は放熱して気体が凝縮(液化)し，C′で温度が T_1 の液体となる。簡単のためにBからC′までの変化はすべて定圧とし，CからC′の温度は一定で T_1 とする。温度 T_1 でのモルあたりの凝縮熱(蒸発熱と等しい)は $K_1(>0)$ とする。C′からD′では液体が細管を通り，放熱して温度は T_2 に下がり圧力も下がるが体積の変化はないとする。液体のモルあたりの比熱を C_p とする。D′からDでは物質は吸熱して，液体が蒸発(気化)して温度 T_2 の気体となるとする。DからAでは物質は吸熱して，この気体の体積が変化してもとのAに戻るとする。簡単のためにD′からAまでの変化はすべて定圧とし，D′からDの温度は一定で T_2 とする。温度 T_2 でのモルあたりの凝縮熱(蒸発熱と等しい)は $K_2(>0)$ とする。

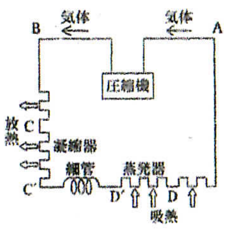

図3－1

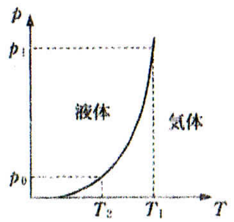

図3－2

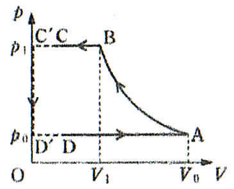

図3－3

状態変化を通じて液体の体積は気体の状態と比べて無視できる程度に小さいとしてよい。なお解答においては<u>圧力や体積をあらわす記号を用いてはいけない。</u>

(1) AからBの変化で，気体の内部エネルギーの変化 ΔU_{AB} (増加を正とする)を求めよ。また気体が外部にする仕事 W_{AB} を求めよ。

(2) BからCの変化で，気体の内部エネルギーの変化 ΔU_{BC} (増加を正とする)を求めよ。

(3) CからC′の過程で外部から物質に流入する熱量を $Q_{CC'}$ とし，これを K_1 を用いて表せ。また物質が外部にする仕事 $W_{CC'}$ を求めよ。

(4) C′からD′の過程で外部から物質に流入する熱量を $Q_{C'D'}$ を求めよ。また物質が外部にする仕事 $W_{C'D'}$ を求めよ。

(5) D′からDの過程で外部から物質に流入する熱量を $Q_{D'D}$ とし，これを K_2 を用いて表せ。また物質が外部にする仕事 $W_{D'D}$ を求めよ。

(6) DからAの変化で，気体の内部エネルギーの変化 ΔU_{DA} (増加を正とする)を求めよ。

(7) DからCまでの気体の内部エネルギーの変化の和 $\Delta U_{DA} + \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC}$ を求めよ。

(8) C′からAの過程で外部から流入する正味の熱量を Q とし，$Q = Q_{C'D'} + Q_{D'D} + Q_{DA}$ と考えて，$\dfrac{Q}{-W_{AB}}$ を求めよ。